



მაგიდა № 10

26.04.2015/ მათ/IV/ 701

ამოცანა №

4

გვერდი №

1

გაქვს წესი ავტორიზაციის წილის შემდეგნაირად:

$$(x-2)(x-4) \cdot p(x) = x(x+2) \cdot p(x-2).$$

• $x=2$ -ის ავტორიზაცია ხდება 2:

$$x \rightarrow 2 \quad 0 = 8 \cdot p(0) \quad \Rightarrow \quad p(0) = 0.$$

ახლა ვაკვირდებით:

$$x \rightarrow 4 \quad 0 = 24 \cdot p(2) \quad \Rightarrow \quad p(2) = 0.$$

$$x \rightarrow -2 \quad 24p(-2) = 0 \quad \Rightarrow \quad p(-2) = 0.$$

ე.ი. $0; 2$ და -2 ამ პოლინომის ამონახვევებია,

$$\text{ანუ } p(x) = (x-0)(x-2)(x+2) \cdot p_1(x)$$

ჩავსვათ $x=1$ ავტორიზაციის გამოსახულებაში:

$$(-1)(-3) \cdot p(1) = 1 \cdot 3 \cdot p(-1) \quad \Rightarrow \quad p(1) = p(-1).$$

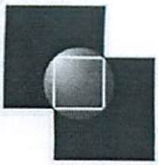
ახლა ავტორიზაციის წილის შემდეგნაირად გამოვიყენოთ პოლინომი

$p(x) = x(x-2)(x+2) \cdot p_1(x)$, ხოლო

$p(x-2)$ -ის ავტორიზაცია ხდება 2-ის

$$p(x-2) = (x-2)(x-4) \cdot x \cdot p_1(x-2)$$

1



მაგიდა № 10

26.04.2015/ მათ/IV/ 701

ამოცანა №

4

გვერდი №

2

გვარჯიშ:

$$(x-2)(x-4) \cdot x(x-2)(x+2) \cdot p_1(x) = x(x+2) \cdot (x-2)(x-4) \cdot x \cdot p_1(x-2)$$

გვამახვილია შემდეგი გამოსახულება იმის გაკეთების
წინააღმდეგობა, რომ $x \neq 2$, $x \neq 4$, $x \neq 0$ და $x \neq -2$.

გვარჯიშ: $(x-2) \cdot p_1(x) = x \cdot p_1(x-2)$

~~სადაც $x=2$
გვარჯიშ $-1 \cdot p_1(2) = 2 \cdot p_1(0)$~~

სადაც $x \neq x-2$ გვარჯიშ მხოლოდ შემთხვევა:

1) $p_1(x) = 0$ ნებისმიერ x -ისთვის $\Rightarrow p(x) = 0 \quad x \in \mathbb{R}$

2) $\frac{p_1(x)}{x} = \text{const} = k$ ნებისმიერ x -ისთვის

სადაც $p(x) = kx^2(x-2)(x+2) \quad x \in \mathbb{R} \quad k = \text{const} \in \mathbb{R}$

ამოცანის პირობების საფუძველზე შემთხვევა
დასაბუთდება:

$$k \cdot x^2 \cdot (x-2)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-4) = k \cdot (x-2)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-4) \cdot x$$

პ.ს. „1“ და „2“ შემთხვევებში უცხოა ის ისლ

განვიხილოთ $x=0$ და $x=\pm 2$ შემთხვევებში, სადა

2



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 10

26.04.2015/ მათ/IV/ 701

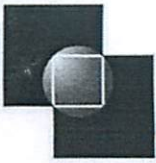
ამოცანა №

4

გვერდი №

3

ამ დასავსებში, ამოცანის პასუხში
 $P(x) = k \cdot x^2(x-2)(x+2)$ ამ მხრივ იხილეთ 0-ის გორ
ბეჭდვა.



მაგიდა № 10

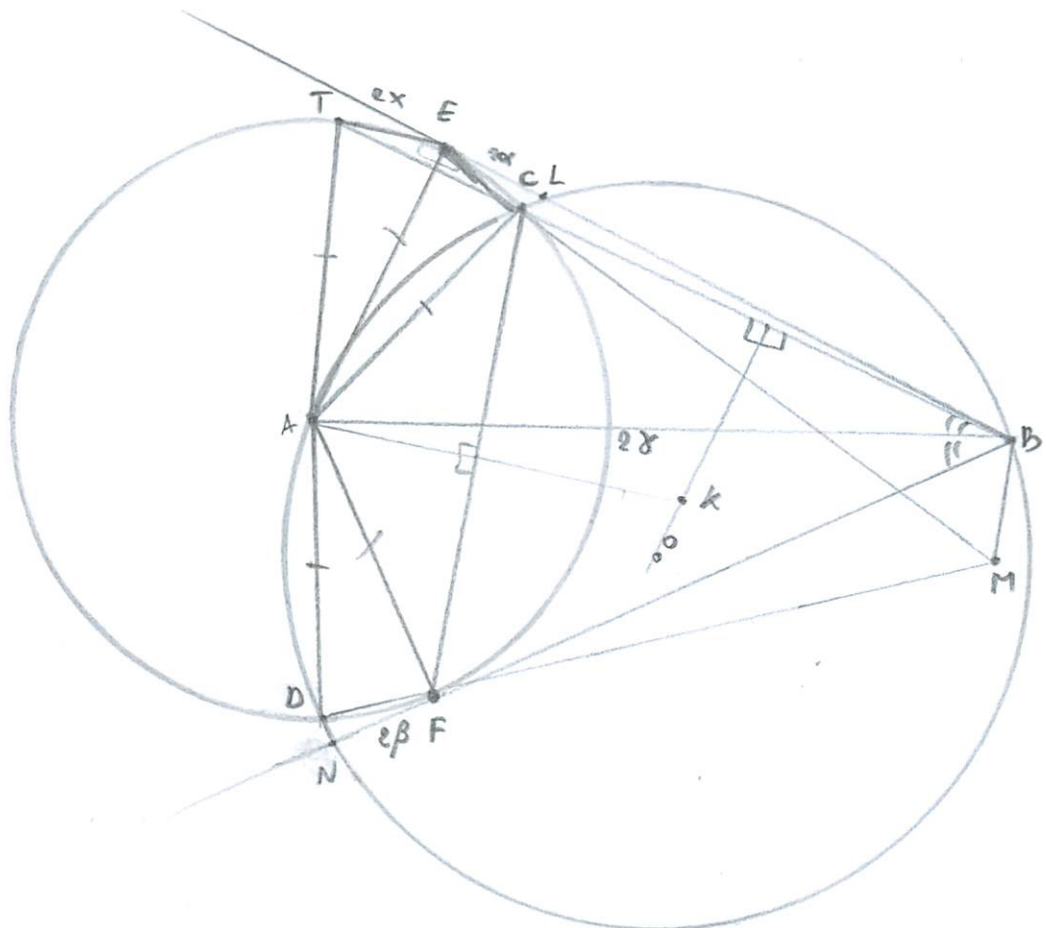
26.04.2015/ მათ/IV/ 701

ამოცანა №

5

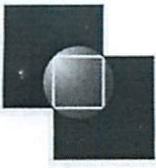
გვერდი №

1



BC სხივს უეჭვად $c(A; r)$ -ან ელვბიჭნა T-ან
BF-ან უეჭვად $c(O; R)$ -ან. N-ია, სმცნ BF-ს
უეჭვად $c(O; R)$ -ან L-ია.

უეჭვად AT, AE, AC, AF და AD სეწყნა



მაგიდა № 10

26.04.2015/ მათ/IV/ 701

ამოცანა № 5

გვერდი № 2

შეკვირვება აღნიშვნები: $\checkmark EC \equiv 2\alpha$, $\checkmark DF \equiv 2\beta$, $\checkmark TE \equiv 2x$
და $\checkmark FC \equiv 2\gamma$.

შენიშვნა: $\angle APD = \angle AFD = \angle FPD = \angle PDA$ $\angle FAC = 2\alpha$; $\angle BEC = \alpha = \frac{\checkmark CE}{2}$
 $\frac{DF}{2} = \angle BFM = \beta$; $\angle DAT = 2\beta$

$\angle ADF = \angle AFD = 90^\circ - \beta$

$\angle AEC = \angle ACE = 90^\circ - \alpha$

~~$\angle ETC = \alpha$~~ $\angle TAE = 2x$ $\angle BCF = x$

$\angle FAC = 2\gamma$ $\angle AFC = \angle ACF = 90^\circ - \gamma$

$\angle ECB = x - \alpha$

$\angle EBF = \frac{360^\circ - 2\alpha - 2\gamma - 2\alpha - 2\gamma}{2} = 180^\circ - 2\alpha - 2\gamma$

$\angle CBF = \angle EBF - \angle ECB = 180^\circ - 2\gamma - \alpha - x$

$\angle CNF = \frac{360^\circ - 2\beta - 2\gamma - 2\alpha - 2\gamma}{2} = 180^\circ - 2\gamma - \alpha - \beta$

∴ საშინაო ვახვებმა, რომ $x = \beta$.

შეკვირვება, რომ ჰყავს A ნიჭილ ანაბილ და მისივე
FC ჯიხელ ზოლოებინ, ამგომ იგი ჰყავს მუხე
გყომს და AB იქმენ $\angle FBC$ -L ბსეჭესხსა.

შეკვირვება, რომ აუ BCFM-ის შემხაზულ მხენილ ცენცხსა K, 5



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

26.04.2015/ მათ/IV/ 701

ამოცანა №

5

გვერდი №

3

მკნ აკ LCF და მს შუახე ყოვლ და ასევე
OK LCB და შუახე ყოვლ.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

26.04.2015/ მათ/IV/ 701

ამოცანა №

6

გვერდი №

1

ჭკვიანობა, რომ ამახილავს ყველას!

$$|x_1 + x_2 + \dots + x_n| \geq |x_1 + x_2 + \dots + x_k| + |x_{k+1} + x_{k+2} + \dots + x_n|$$

ტრინომი ნამდვილ სიხვედრეზე n -ეუდსააზის.